

3. SILE I MOMENTI

3.1. Sile koje deluju na projektil

Kretanje projektila određeno je kretanjem njegovog težišta i kretanjem projektila oko težišta.

Ukupna sila (u Inercijalnom koordinatnom sistemu) i ukupni moment (u Vezanom sistemu) koja deluje na projektil dati su kao:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{F}} &= [F_x \quad F_y \quad F_z] \\ \vec{\mathbf{M}} &= [M_x \quad M_y \quad M_z]\end{aligned}\quad (3-1)$$

Totalna sila i moment se mogu podeliti na sledeće komponente: gravitaciona, pogonska, aerodinamička i upravljajuća:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{F}} &= \vec{\mathbf{F}}^A + \vec{\mathbf{F}}^T + \vec{\mathbf{F}}^C + \vec{\mathbf{F}}^G \\ \vec{\mathbf{M}} &= \vec{\mathbf{M}}^A + \vec{\mathbf{M}}^T + \vec{\mathbf{M}}^C\end{aligned}\quad (3-2)$$

Prve tri komponente se mogu smatrati *prirodnim* silama, i one zavise samo od karakteristika okoline i uslova leta. Poslednja komponenta, upravljajuća sila, je *sintetička*, i kao takva ne zavisi isključivo od karakteristika okoline i uslova leta, već i od dejstva sistema vođenja i upravljanja.

Upravljajuća komponenta je jednaka nuli u slučaju neupravljanog projektila. Sile i momenti koji deluju na projektil će biti detaljno obrađeni u sledećim odeljcima.

3.1.1. GRAVITACIONA SILA

U slučaju sferičnog modela Zemlje, bez uzimanja u obzir okretanja Zemlje gravitaciona sila deluje u smeru ose \mathbf{z}_0 i u Normalnom koordinatnom sistemu je data u obliku:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_0^G &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \\ g &= \Gamma \cdot M / r^2\end{aligned}\quad (3-3)$$

gde je:

Γ - gravitaciona konstanta,

M - masa Zemlje,

r - rastojanje između centra Zemlje i centra mase projektila.

U slučaju modela »ravne Zemlje«, gravitaciona sila je data jednačinom:

$$\mathbf{F}_0^G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg' \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$g' = \Gamma \cdot M / r^2 - R \cos^2 \delta \Omega_E^2$$

Normalni koordinatni sistem vezan za Zemlju koristi se za projekte kratkog dometa za koje se smatra inercijalnim. Dakle, gravitaciona sila u Normalnom koordinatnom sistemu ima samo jednu komponentu, dok je njen moment (u vezanom sistemu) jednak nuli, jer njena rezultanta deluje u koordinatnom početku (centru masa projektila). Naravno, ova sila se mora prevesti u Inercijalni koordinatni sistem da bi bila uključena u diferencijalne jednačine translacije:

$$\bar{\mathbf{F}}_I^G = \mathbf{T}_0' \bar{\mathbf{F}}_0^G \quad (3-5)$$

3.1.2. POGONSKA SILA

Pogonska sila je rezultat delovanja pogonskog sistema (raketnog motora). U idealnom slučaju, pogonska sila deluje u pravcu glavne inercione ose (\mathbf{x} -ose). Ostale komponente pogonske sile predstavljaju rezultat nesaosnosti ove sile usled proizvodnih grešaka. Naravno, u slučaju vođenog projektila, pogonska sila ne mora da bude saosna sa glavnom osom (u slučaju upravljanja vektorom potiska). Međutim, u tom slučaju posmatrale se pogonska sila na isti način kao i kod nevođenog projektila, dok će odstupanja pogonske sile i njenog momenta od ove vrednosti usled upravljanja vektorom potiska biti izdvojeni u posebnu komponentu - upravljačku silu i moment. Uz ovakve pretpostavke, pogonska sila će biti data jednačinama:

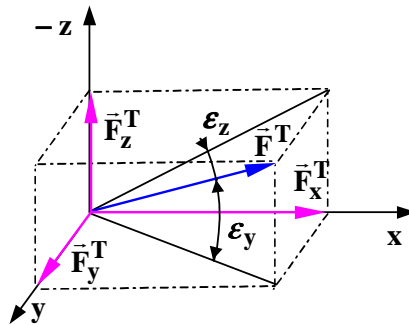
$$\mathbf{F}_m^T = \begin{bmatrix} F_x^T \\ F_y^T \\ F_z^T \end{bmatrix}$$

$$F_x^T = F^T \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon_y - \sin^2 \varepsilon_z}$$

$$F_y^T = F^T \sin \varepsilon_z$$

$$F_z^T = -F^T \sin \varepsilon_y$$

$$F^T = \dot{m} I_{s_{vac}} - A_e p_a \quad (3-6)$$



Sl.3.1 Komponente pogonske sile

Atmosferski pritisak se dobija iz modela atmosfere, na osnovu poznate nadmorske visine trenutnog položaja projektila. Jedan način proračuna potiska motora je na bazi potiska u vakuumu na osnovu poznatog specifičnog impulsa u vakuumu, član $\dot{m}I_{s_{vac}}$ u gornjoj jednačini, koji je primenljiv u slučaju konstantnog masenog protoka goriva (uobičajen slučaj kada je raketni motor sa tečnim gorivom). Drugi način, primenljiv za motore promenljivog potiska (obično su to motori na čvrsto gorivo), i u tom slučaju se maseni protok i potisak u vakuumu zadaju tabelarno.

Pogonski moment se dobija redukcijom sile potiska u centar masa projektila:

$$\begin{aligned}\vec{M}_m^T &= \begin{bmatrix} 0 \\ M_y^T \\ M_z^T \end{bmatrix} \\ M_y^T &= F_z^T (X_T - X_{cg}) \\ M_z^T &= -F_y^T (X_T - X_{cg})\end{aligned}\quad (3-7)$$

Transformacijom pogonske sile u Inercioni koordinatni sistem, dobijamo:

$$\vec{F}_I^T = \mathbf{T}_M^T \vec{F}_m^T \quad (3-8)$$

Za vreme pasivnog leta (sa isključenim motorom) sve komponente sile i momenta pogonskog sistema će biti jednake nuli.

3.1.3. AERODINAMIČKA SILA

Usled strujanja vazduha javljaju se različiti pritisci po površini projektila. Integral promene pritiska po površini projektila jednak je aerodinamičkoj sili:

$$\vec{F}_m^A = \int_S p \cdot d\vec{S} \quad (3-9)$$

Aerodinamičke sile i momenti su definisani u Vezanom koordinatnom sistemu, na bazi aerodinamičkih koeficijenata definisanih u istom koordinatnom sistemu. Napadna tačka aerodinamičke sile naziva se centar pritiska. Totalna aerodinamička sila je definisana jednačinom:

$$\vec{F}_m^A = \begin{bmatrix} F_x^A \\ F_y^A \\ F_z^A \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

gde se komponente (otpor, bočna sila i uzgon) izračunavaju pomoću jednačina:

$$\begin{aligned} F_x^A &= -q_\infty S_r C_x \\ F_y^A &= -q_\infty S_r C_y \\ F_z^A &= -q_\infty S_r C_z \end{aligned} \quad (3-11)$$

gde je:

$$\begin{aligned} q_\infty &= \frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2} && \text{- dinamički pritisak u neporemećenoj struji,} \\ S_r &&& \text{- referentna površina; krug prečnika kalibra,} \\ C_x, C_y, C_z &&& \text{- aerodinamički koeficijenti otpora, bočne sile i uzgona.} \end{aligned}$$

Aerodinamički koeficijenti su funkcije napadnog ugla, oblika projektila i Mach-ovog broja. Razvijanjem ovih funkcija u Tejlorov red i zanemarujući članove višeg reda, dobijamo sledeće jednačine:

$$C_x = C_{x_0} + C_x^{\alpha^2} \alpha^2 + C_x^{\beta^2} \beta^2 \quad (3-12)$$

$$C_y = C_{y_0} + C_y^{\beta} \beta + C_y^{\beta^3} \beta^3 \quad (3-13)$$

$$C_z = C_{z_0} + C_z^{\alpha} \alpha + C_z^{\alpha^3} \alpha^3 \quad (3-14)$$

gde je:

$$\begin{aligned} C_{x_0}, C_{y_0}, C_{z_0} &&& \text{- koeficijenti otpora, bočne sile i uzgona pri nultom napadnom uglu,} \\ C_x^{\alpha^2}, C_x^{\beta^3} &&& \text{- gradijenti drugog reda aerodinamičke sile otpora za uglove } \alpha \text{ i } \beta, \\ \alpha, \beta &&& \text{- ugao propinjanja i ugao skretanja.} \\ C_y^{\alpha}, C_z^{\beta} &&& \text{- gradijenti aerodinamičke bočne sile i sile uzgona za odgovarajuće} \\ &&& \text{uglove.} \end{aligned}$$

Kako je za sve uglove C_x jednoznačno, jer je otpor uvek usmeren suprotno smeru brzine, ovo je parna funkcija (slika 3.3).

Uzgon po svojoj prirodi predstavlja neparnu funkciju. Za male napadne uglove, koeficijent uzgona linearno zavisi od napadnog ugla pa je dovoljno zadržati samo prva dva člana prethodne jednačine (slika 3.4). Za simetrične aeroprofila koeficijent uzgona pri nultom napadnom uglu jednak je nuli.

Aerodinamički koeficijenti se izračunavaju u funkciji Mach-ovog broja, interpolacijom tabelarno zadatih vrednosti. Napadni uglovi se izračunavaju kao pozicioni uglovi vektora aerodinamičke brzine (x-ose brzinskog koordinatnog sistema). Ovi uglovi sadrže i uglove *aerodinamičke nesaosnosti*.

$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1}(V_{A_y} / V_{A_x}) + \alpha_0 \\ \beta &= \sin^{-1}(V_{A_z} / V) + \beta_0 \end{aligned} \quad (3-15)$$

Aerodinamička sila se, kao i ostale komponente sile, mora transformisati iz Vežanog u Inercijalni koordinatni sistem:

$$\bar{\mathbf{F}}_I^A = \mathbf{T}_0^I \bar{\mathbf{F}}_0^A \quad (3-16)$$

Aerodinamički moment nastaje redukcijom aerodinamičke sile u centar mase. Kod statički stabilnih projektila (centar mase je iza centra pritiska) ovaj moment je stabilizujući, tj. pri povećanju napadnog ugla uvek teži da ga smanji. Osim ovog momenta uvek se javlja i prigušni moment, usled koga se amplituda oscilacija napadnog ugla smanjuje i teži nuli.

Aerodinamički moment je definisana jednačinom:

$$\vec{M}_m^A = \begin{bmatrix} M_x^A \\ M_y^A \\ M_z^A \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

$$\begin{aligned} M_x^A &= q_\infty S_r l_r (C_l^\delta \delta_{x_0} - C_l^p l_r p / V_A) \\ M_y^A &= F_z^A l_r (X_{cp} - X_{cm}) / l_r - C_m^q C_n^r q_\infty S_r l_r^2 q / V_A \\ M_z^A &= -F_y^A l_r [(X_{cp} - X_{cm}) / l_r - C_n^r q_\infty S_r l_r^2 r / V_A] \end{aligned} \quad (3-18)$$

gde je:

- l_r - referentna dužina (obično jednaka kalibru)
- X_{cp}, X_{cm} - koordinata centra pritiska i centra mase, mereno od nosa projektila,
- δ_{x_0} - ugao zakošenja krilaca,
- C_l^δ - gradijent momenta valjanja usled zakošenih krilaca.
- C_l^p - gradijent prigušnog momenta valjanja usled ugaone brzine valjanja.
- C_m^q - gradijent prigušnog momenta propinjanja usled ugaone brzine propinjanja.
- C_n^r - gradijent prigušnog momenta skretanja usled ugaone brzine skretanja.
- $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}$ - ugaone brzine valjanja, propinjanja i skretanja,
- V_A - aerodinamička brzina (brzina opstrujavanja projektila).

3.1.4. UPRAVLJAJUĆA SILA

Za razliku od nevođenjih projektila, koji se kreću slobodno, vođeni projektili se upravljaju na putanji, različitim metodama. Vođenje i upravljanje projektila se detaljno razmatra u predmetu "Vođenje i upravljanje projektila" ali će radi jasnoće izlaganja ovde biti definisane neke osnovne postavke.

Pre svega da vidimo odakle uopšte potreba da se projektilom upravlja. Postoje dva razloga za to:

- gađanje pokretnih ciljeva
- smanjenje rasturanja projektila (povećanje preciznosti)

Prvi razlog je posledica nepredvidivosti kretanja pokretnog cila (vozila, letelice), usled čega željeni položaj projektila na cilju nije poznat u trenutku opaljenja projektila. Drugi razlog je posledica nepredvidivosti parametara vezanih za rasturanje projektila na cilju (atmosfera, rad motora, početni uslovi, itd.).

Radi rešavanja ova dva problema razvijeni su različiti metodi vođenja projektila. Zajedničko za sve ove metode je da u projektilu postoji određeni senzorski blok koji određuje trenutni položaj projektila u odnosu na neki referentni koordinatni sistem. Zavisno od metoda vođenja, to može biti sistem vezan za cilj, za zemlju ili inercioni koordinatni sistem. Na osnovu poznatog položaja, određuje se greška (odstupanje od poznate ili optimalne putanje (zavisno od sistema vođenja). Da bi se projektil skrenuo prema željenoj putanji, neophodno je promeniti pravac vektora brzine projektila, što je moguće učiniti jedino delovanjem ubrzanja normalnog na vektor brzine. Na osnovu *zakona vođenja* izračunava se željeno normalno ubrzanje, i postavlja se jedino pitanje kako ćemo to ubrzanje ostvariti. U principu je to moguće postići na razne načine:

- promenom pravca i/ili intenziteta pogonske sile
- promenom pravca i/ili intenziteta aerodinamičke sile

Prvi metod je izuzetno neekonomičan jer zahteva dodani utrošak energije, i ograničen jer može da se koristi jedino u toku aktivnog dela leta (pre završetka rada motora). On se koristi jedino kad je drugi metod nemoguć (let izvan atmosfere). Drugi metod praktično se svodi na promenu normalnih komponentata aerodinamičke sile (uzgon i bočna sila). Kao što je poznato iz prethodnog izlaganja, ovim komponentama se vrlo lako upravlja - promenom napadnog ugla projektila, tj. promenom položaja ose projektila u odnosu na pravac vektora aerodinamičke brzine.

Na taj način se upravljanje normalnim ubrzanje svodi na upravljanje napadnim uglom, odnosno ugaonim položajem projektila. Dakle, sistem za upravljanje formira komandu željenog napadnog ugla i upućuje je *Autopilotu* koji na obezbeđuje takve komande *upravljajućih organa* da obezbedi postavljanje ose projektila u željeni položaj.

Dakle, upravljajuća sila imaju za cilj samo upravljanje ugaonim položajem projektila, a ne direktno upravljanje kretanjem projektila. Upravljanje kretanjem projektila se vrši indirektno, pre svega dejstvom aerodinamičke sile.

Upravljanje kretanjem projektila ostvaruje se posredstvom promene upravljajućih sila i momenata koji se saopštavaju organima upravljanja projektila po komandama sistema upravljanja. Izbor tipa organa upravljanja i njihove efikasnosti je jedan od najvažnijih zadataka dinamičkog projektovanja projektila.

U opštem slučaju na projektil u letu dejstvuju sledeće sile: sila težine, aerodinamička sila i sila potiska. Da bi promenili trajektoriju leta projektila neophodno je promeniti veličinu i pravac dejstva uravnoteženog sistema prethodno pomenutih sila. Isključivo normalnom aerodinamičkom silom se vrši upravljanje letom projektila u atmosferi. Pri nultom napadnom uglu normalna aerodinamička sila jednaka je nuli zbog čega je potrebno postaviti projektil pod neki napadni ugao u ravni u kojoj se želi izvršiti promena trajektorije. Stvaranje normalne aerodinamičke sile moguće je na tri načina:

- upravljanjem pokretnim aerodinamičkim površinama
- upravljanjem vektorom potiska,
- kombinovanim.

3.1.4.1. UPRAVLJANJE POKRETNIM AERODINAMIČKIM POVRŠINAMA

Upravljačka površina treba da stvori normalnu aerodinamičku silu čiji moment za težište okreće projektil oko težišta i tako menja napadni ugao projektila. Da bi taj moment bio dovoljan upravljačka površina, ako je mala, mora da bude raspoređena dalje od težišta projektila kako bi odgovarajuća aerodinamička sila imala veći krak i obrnuto. Od međusobnog rasporeda nosećih i upravljačkih površina razlikujemo četiri osnovne aerodinamičke šeme:

1. normalna šema – pokretne upravljačke površine (stabilizatori) postavljeni su na zadnjem kraju tela projektila,
2. bezrepac – upravljačke površine su u nastavku nosećih površina,
3. patka – upravljačke površine postavljene su ispred težišta projektila,
4. pokretna krila – istovremeno stvaraju i noseću silu i upravljajuću silu.

Stvaranje upravljajuće sile razmotrićemo na primeru projektila sa pokretnim krilima (stabilizatorima).

Slika

Pri otklonu upravljačkih površina do vrednosti δ stvara se upravljajuća aerodinamička sila F_z^C :

$$F_z^C = qS_r \left(C_z^\delta \delta + C_z^{\delta^2} \delta |\delta| \right) \quad (3-19)$$

tako da je ukupna aerodinamička sila na stabilizator:

$$F_z^A = qS_r \left(C_z^\alpha \alpha + C_z^{\alpha^2} \alpha |\alpha| + C_z^\delta \delta + C_z^{\delta^2} \delta |\delta| \right) \quad (3-20)$$

Slika 1.3 (17.2) Aerodinamika S.Janković (str 205)

3.1.4.2. UPRAVLJANJE VEKTOROM POTISKA

Postavljanje projektila pod napadni ugao i generisanje normalne aerodinamičke sile ostvaruje se promenom pravca vektora potiska. Ovo je moguće ostvariti na više načina:

- zaokretanjem glavnog motora oko poprečne ose
- upravljanje nepokretnim motorima sa posebnim mlaznicama postavljenima normalno na osu projektila
- okretanjem mlaznice bilo da je samo jedna ili više njih
- zaokretanim naglavkom
- krilcem u nadzvučnom mlazu

Promenom pravca vektora potiska generiše se komponenta potiska koja postavlja projektil pod napadni ugao.

SLIKA!!!!!!

Upravljajuća sila i moment dati su sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned} F_z^C &= F_p \sin \delta \approx F_p \delta \\ M_y^C &= -F_p \delta (x_m - x_{cm}) \end{aligned} \quad (3-21)$$

gde je

x_m - koordinata napadne tačke vektora potiska

Postavljanjem jednačine ravnoteže upravljajućeg i aerodinamičkog momenta može se dobiti vrednost ugla skretanja vektora potiska u zavisnosti od željenog napadnog ugla:

$$\begin{aligned} -F_p \delta (x_m - x_{cm}) &= q S_r C_z^\alpha \alpha (x_{cp} - x_{cm}) \\ \delta &= -\frac{q S_r C_z^\alpha (x_{cp} - x_{cm})}{F_p (x_m - x_{cm})} \alpha \end{aligned} \quad (3-22)$$

Upravlјivost linearno zavisi i od brzine leta projektila. Analognim razmatranjem odziva projektila kao u prethodnom slučaju upravlјanja, može se zaključiti da je pri malim brzinama leta odziv projektila brži. Iz ovog razloga se koristi kombinovano upravlјanje letom projektila.

Kontrolna sila se takodje određuje u Vezanom koordinatnom sistemu, kao i pogonska sila:

$$\bar{\mathbf{F}}_m^C = \begin{bmatrix} F_x^C \\ F_y^C \\ F_z^C \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

Njena transformacija u Inercijalni koordinatni sistem će dati:

$$\bar{\mathbf{F}}_I^C = \mathbf{T}_0^T \bar{\mathbf{F}}_0^C \quad (3-24)$$

Zavisno od načina upravlјanja projektilom, pozicija kontrolne sile će biti:

$$X_c = \begin{cases} X_T & \text{UVP, upravlјanje trusterima} \\ Y_{cp\delta} & \text{Aerodinamičko upravlјanje} \end{cases} \quad (3-25)$$

Komponente kontrolne sile se određuju zavisno od metoda upravlјanja, ali su one u svakom slučaju funkcija ugla otklona upravljajućeg uređaja (koji je zadat jednačinama servosistema).

Interni koordinatni sistem upravljajućeg uređaja (UVC ili upravljajuća aerodinamička) i je predstavlјen na Sl. 7 Priloga. ... Upravljajuće komponente potiska će biti definisane jednačinama:

$$\begin{aligned} F_x^C &= T_0 \eta_{TVC_x} \sin \delta_x^{ss} \\ F_y^C &= T_0 \eta_{TVC_y} \sin \delta_y^{ss} \\ F_z^C &= -T_0 \eta_{TVC_{z'}} \sin \delta_z^{ss} \end{aligned} \quad (3-26)$$

η_{TVC} predstavlјa deo potiska koji se otklanja pri upravlјanju (u slučaju motora sa više mlaznika ili upravlјanja krilcima u mlazu). Efikasnost sile potiska može se izračunati pomoću formule:

$$\xi_{TVC} = (1 - \eta_{TVC_y} - \eta_{TVC_z}) + \eta_{TVC_y} \cos \delta_y^{ss} + \eta_{TVC_z} \cos \delta_z^{ss} \quad (3-27)$$

3.1.4.3. Aerodinamičko upravljanje

Aerodinamička kontrolna sila se izračunava na osnovu standardnih aerodinamičkih definicija, u Vezanom koordinatnom sistemu:

$$\begin{aligned} M_x^C &= q S_r d_r c_l^{\delta_x} \delta_x^{ss} \\ F_y^C &= q S_r c_y^{\delta_z} \delta_y^{ss} \\ F_z^C &= -q S_r c_z^{\delta_z} \delta_z^{ss} \end{aligned} \quad (3-28)$$

gde je:

$$\begin{aligned} M_x^C &= -q S_r d_r [c_l^{\delta_x} \sin \delta_x^{ss} + c_l^{\delta_x^2} \sin \delta_x^{ss} | \sin \delta_x^{ss} |] \\ F_y^C &= -q S_r (c_y^N \sin \delta_y^{ss} + c_z^N \sin \delta_z^{ss}) \\ F_y^C &= q S_r c_y^N \cos \delta_y^{ss} \\ F_z^C &= -q S_r c_z^N \cos \delta_z^{ss} \\ c_y^N &= c_y^{\delta_y} \sin \delta_z^{ss} + c_y^{\delta_z^2} \sin \delta_z^{ss} | \sin \delta_z^{ss} | \\ c_z^N &= c_z^{\delta_z} \sin \delta_y^{ss} + c_z^{\delta_y^2} \sin \delta_y^{ss} | \sin \delta_y^{ss} | \end{aligned} \quad (3-29)$$

Aerodinamički koeficijenti se izračunavaju u funkciji Mach-ovog broja, na osnovu tabela vrednosti aerodinamičkih koeficijenata za konkretni Mach-ov broj i dinamički pritisak se izračunava na bazi aerodinamičke brzine (relativne brzine u odnosu na vazduh):

$$M = V_a / c \quad (3-30)$$

$$q = \frac{\rho_a V_a^2}{2} \quad (3-31)$$

gde su brzina zvuka c i gustina ρ_a zadate u funkciji visine na osnovu tablice standardne atmosfere.

3.1.4.4. UPRAVLJANJE TRUSTERIMA

Upravljanje trusterima je obično tipa on-off, međutim u detaljnom modelu, kada se računaju prelazni procesi, on se može modelirati kao da je proporcionalan, pomoću *efektivnog ugla otklona*. Tako dobijamo sledeće formule (u Vezanom koordinatnom sistemu):

$$\begin{aligned} F_x^C &= T_x \sin \delta_x^{ss} \\ F_y^C &= T_y \sin \delta_y^{ss} \\ F_z^C &= -F_z \sin \delta_z^{ss} \end{aligned} \quad (3-32)$$

U ovom slučaju je efikasnost sile potiska jednaka jedinici, dok efektivni

3.2. Momenti koji deluju na projektil

Gravitaciona sila deluje u centru masa projektila, pa shodno tome ne proizvodi nikakav moment u vezanom koordinatnom sistemu. Ostali momenti su definisani u sledećim paragrafima.

3.2.1. MOMENT POGONSKE SILE

U idealnim uslovima pogonska sila deluje duž ose projektila i ne proizvodi nikakav moment. U realnim uslovima pak, uvek postoje nepreciznosti tako da postoje parazitske komponente pogonske sile (nesaosne sa osom projektila) koje izazivaju odgovarajuće momente. Moment pogonske sile se dobija redukcijom sile potiska u centar masa projektila:

$$\begin{aligned}\vec{M}_m^T &= \begin{bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \\ M_z^T \end{bmatrix} \\ M_y^T &= F_z^T (X_T - X_{cg}) \\ M_z^T &= -F_y^T (X_T - X_{cg})\end{aligned}\tag{3-33}$$

Najčešće je komponenta momenta oko uzdužne ose M_x jednaka nuli. Međutim, u nekim slučajevima se namerno izaziva ovaj moment radi rotacije projektila oko uzdužne ose (motor sa više zakošenih mlaznika), pa u tim slučajevima on ima vrednost različitu od nule.

3.2.2. AERODINAMIČKI MOMENT

Aerodinamički moment nastaje redukcijom aerodinamičke sile u centar mase. Kod statički stabilnih projektila (centar mase je iza centra pritiska) ovaj moment je stabilizujuć, tj. pri povećanju napadnog ugla uvek teži da ga smanji. Osim ovog momenta uvek se javlja i prigušni moment, usled koga se amplituda oscilacija napadnog ugla smanjuje i teži nuli.

Aerodinamički moment je definisana jednačinom:

$$\vec{M}_m^A = \begin{bmatrix} M_x^A \\ M_y^A \\ M_z^A \end{bmatrix}\tag{3-34}$$

$$\begin{aligned}M_x^A &= q_\infty S_r l_r (C_l^\delta \delta_{x_0} - C_l^p l_r p / V_A) \\ M_y^A &= F_z^A l_r [(X_{cp} - X_{cm}) / l_r - C_m^q l_r q / V_A] \\ M_z^A &= -F_y^A l_r [(X_{cp} - X_{cm}) / l_r - C_n^r l_r r / V_A]\end{aligned}\tag{3-35}$$

gde je:

| | |
|--------------------------------------|--|
| l_r | - referentna dužina |
| X_{cp}, X_{cm} | - koordinata centra pritiska i centra mase, mereno od nosa projektila, |
| δ_{x_o} | - ugao zakošenja krilaca, |
| C_l^δ | - gradijent momenta valjanja usled zakošenih krilaca. |
| C_l^p | - gradijent prigušnog momenta valjanja usled ugaone brzine valjanja. |
| C_m^q | - gradijent prigušnog momenta propinjanje usled ugaone brzine propinjanja. |
| C_n^r | - gradijent prigušnog momenta skretanja usled ugaone brzine skretanja. |
| $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}$ | - ugaone brzine valjanja, propinjanja i skretanja, |
| \mathbf{V}_A | - aerodinamička brzina (brzina opstrujavanja projektila). |

3.2.3. UPRAVLJAJUĆI MOMENT

3.2.3.1. AERODINAMIČKO UPRAVLJANJE

Upravljaajući moment oko y-ose dat je sledećom jednačinom:

$$M_y^C = -qS_r \left(C_z^\delta \delta + C_z^{\delta^2} \delta |\delta| \right) (x_{cp_r} - x_{cm}) \quad (3-36)$$

gde je:

x_{cp_r} - koordinata centra pritiska repne površine.

Da bi uspostavili željeni napadni ugao α , potrebno je izvršiti zaokretanje stabilizatora za ugao δ koji se određuje iz jednačine ravnoteže momenta aerodinamičke sile noseće površine i momenta upravljajuće sile (zanemaruju se gradijenti drugog reda).

$$M_y^C = M_y^A \quad (3-37)$$

$$-qS_r C_z^\delta \delta (x_{cp_r} - x_{cm}) = qS_r C_z^\alpha \alpha (x_{cp} - x_{cm}) \quad (3-38)$$

$$\delta = - \frac{C_z^\alpha (x_{cp} - x_{cm})}{C_z^\delta (x_{cp_r} - x_{cm})} \alpha \quad (3-39)$$

Razlika $x_{cp} - x_{cm}$ naziva se faktor stabilnosti i što je projektil stabilniji potreban je veći upravljaajući moment, tj. teže je upravljanje.

Odnos gradijenata sila gotovo ne zavisi od Mach-ovog broja, tako da je veoma mali uticaj brzine leta projektila na upravljivost. Uticaj brzine se odražava na brzinu odziva projektila pri uspostavljanju željenog napadnog ugla.

$$\ddot{\alpha} = \frac{\Sigma M}{J} = \frac{M^C - M^A}{J} \quad (3-40)$$

Upravljaјуći i aerodinamički moment zavise od vrednosti dinamičkog pritiska, odnosno od brzine leta. Pri malim brzinama leta vrednost upravljaјуćeg momenta je mala, što uslovljava sporiji odziv projektila. Projektil sa kašnjenjem zauzima željeni napadni ugao i dolazi do promašaja cilja. Zbog toga je pri malim brzinama leta pogodnije primeniti upravljanje vektorom potiska.

3.2.3.2. UPRAVLJANJE VEKTOROM POTISKA

Tako da je kontrolni moment dat jednačinama:

$$\vec{M}_m^C = \begin{bmatrix} M_x^C \\ M_y^C \\ M_z^C \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

$$M_x^C = -C_x R_c, \quad \text{, UVP ili upravljanje trusterima}$$

$$M_y^C = C_z (X_c - X_{cg})$$

$$M_z^C = -C_y (X_c - X_{cg})$$

DINAMIKA LETA PROJEKTILA

